



P A D I N O



www.padino.org



021 6690 6790

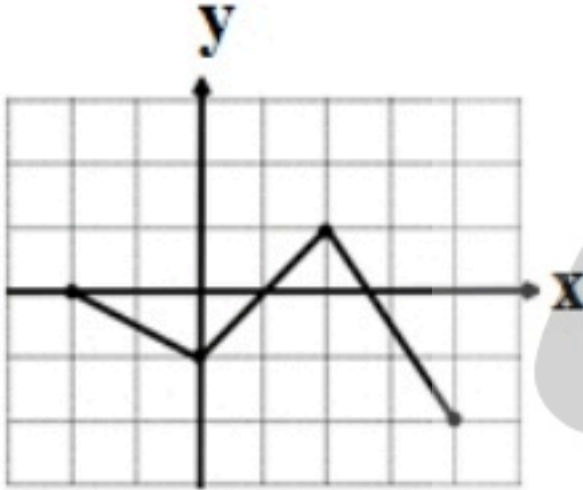
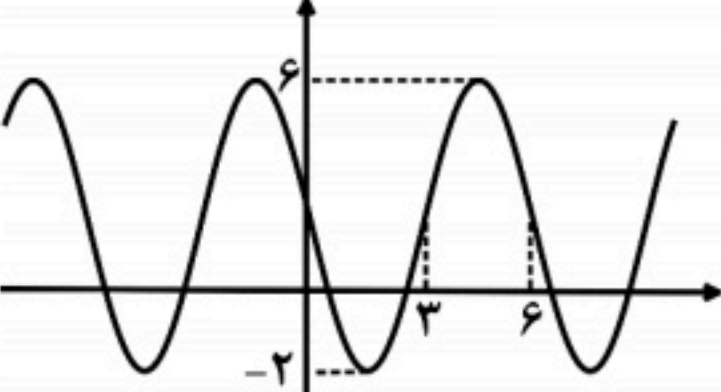


t.me/padino_org

پادینو ، سبکی نو

پروش استعداد درخشان (پادینو)	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
	تاریخ امتحان: ۱۰/۰۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
www.padino.org		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی ماه ۱۴۰۲	

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
------	--	------

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) دوره تناوب تابع $y = 5 \cos \frac{x}{2} + 1$ برابر با 4π است.</p> <p>ب) تابع تانژانت در بازه $(-\pi, \pi)$، تابعی صعودی است.</p> <p>پ) تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط $f(a) = 0$ و $f'(a) = 0$ برقرار باشد.</p> <p>ت) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}$ برابر با $-\infty$ است.</p>	۱
۱	<p>نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{x}{2}\right) + 2$ را رسم کرده و سپس برد تابع $g(x)$ را تعیین کنید.</p> 	۲
۱/۵	<p>ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 & x \geq 1 \\ -2 & 0 \leq x < 1 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.</p>	۳
۱	<p>اگر باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $P(x) = 3x^2 + mx + 2m + 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = mx^2 - mx + 3$ بر $x + 2$ را تعیین کنید.</p>	۴
۱/۲۵	<p>نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.</p> 	۵
۱/۲۵	<p>معادله مثلثاتی $\sqrt{3} \tan 3x - 1 = 0$ را حل کنید.</p>	۶

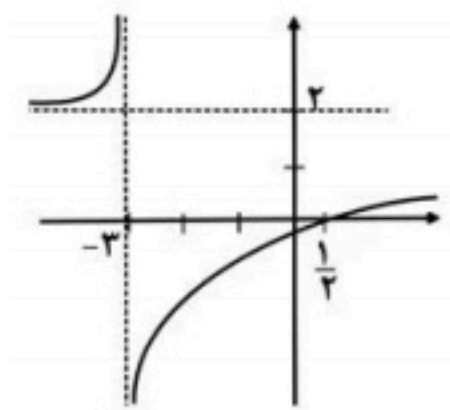
پروش استعداد درخشان (پادینو)	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲
	تاریخ امتحان: ۱۰/۰۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
www.padino.org		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی ماه ۱۴۰۲	

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره	
۷	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$	۱/۲۵	
۸	مجانب های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2}$ را در صورت وجود بیابید.	۱/۵	
۹	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مشتق پذیری تابع را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۲۵	
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{\Delta \tan x}{1 - \sin x}$ ب) $g(x) = \cos^y(x^2)$ پ) $h(x) = (3x + 5)^6$	۲/۲۵	
۱۱	اگر $f(x) = 2x^3 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند. حاصل $(f + g)'(4) + (f \times g)'(1)$ را به دست آورید.	۱/۵	
۱۲	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x + 5}$ را وقتی متغیر از $x = -1$ به $x = 4$ تغییر می کند به دست آورید.	۰/۷۵	
۱۳	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید.	۱/۲۵	
۱۴	نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ، نقطه $(1, -11)$ می باشد، مقدار a و b را بیابید.	۱/۵	
۱۵	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x - 1}{x + 3}$ را رسم کنید.	۱/۷۵	
۲۰	02166906790	www.padino.org	t.me/padino_org

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (صفحه ۲۷ کتاب) (۰/۲۵) پ) نادرست (صفحه ۱۱۰ کتاب) (۰/۲۵) ب) نادرست (صفحه ۳۱ کتاب) (۰/۲۵) ت) درست (صفحه ۵۳ کتاب) (۰/۲۵)	۱
۲	(صفحه ۱۲ کتاب) $R = [-1, 8]$ (۰/۵) (رسم شکل ۰/۵)	۱
۳	(صفحه ۲۱ کتاب) اکیداً صعودی $[1, +\infty)$ و $[-1, 0)$ (۰/۵) اکیداً نزولی $(-\infty, -1]$ (۰/۲۵) (رسم شکل ۰/۲۵)	۱/۵
۴	(صفحه ۲۲ کتاب) $p(2) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$ (۰/۵) $f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$ (۰/۲۵)	۱
۵	(صفحه ۳۳ کتاب) $T = 6 \rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 6 \rightarrow b = \frac{\pi}{3}$ (۰/۲۵) $\left. \begin{matrix} \max = 6 \\ \min = -2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 6 \\ - a + c = -2 \end{cases} \rightarrow 2c = 4 \rightarrow c = 2 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow a = 4 \text{ (۰/۲۵)}$ $y = a \sin bx + c \rightarrow y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 2$ (یا) $y = +4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}x\right) + 2$ (۰/۵)	۱/۲۵
۶	(صفحه ۴۴ کتاب) $\tan 3x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۰/۵) $\Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$ (۰/۲۵) \Rightarrow $\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{18}, k \in \mathbb{Z}$ (۰/۵)	۱/۲۵

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	<p>(صفحه ۵۳ کتاب) $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{\cancel{(x+5)}(x-3)}{\underbrace{\cancel{(x+5)}(x+5)}_{(0/25)}} = \frac{-8}{-} = +\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>(صفحه ۵۸ کتاب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۸	<p>$-x^2 - 3x + 4 = 0 \rightarrow x = 1, x = -4$ (۰/۲۵) (صفحه ۶۹)</p> <p>$x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(-x-4)} = -\frac{2}{5}$ (۰/۲۵) پس قائم نیست</p> <p>$x = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \frac{15}{0} = \infty$ (۰/۲۵) پس $x = -4$ مجانب قائم است.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2} = -1 \Rightarrow y = -1$ (۰/۲۵) مجانب افقی</p>	۱/۵
۹	<p>(صفحه ۸۹ کتاب)</p> <p>$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1-2}{x-1} = 1$ (۰/۵)</p> <p>$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} = 3$ (۰/۵)</p> <p>$f'_+(1) \neq f'_-(1)$ در نتیجه تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>(صفحه ۱۰۱)</p> <p>(الف) $f'(x) = \frac{\overbrace{\Delta(1 + \tan^2 x)(1 - \sin x)}^{(0/5)} \overbrace{-(-\cos x)(\Delta \tan x)}^{(0/5)}}{\underbrace{(1 - \sin x)^2}_{(0/25)}}$</p> <p>(ب) $g'(x) = -7 \cos^6(x^2) \times 2x \times \sin(x^2)$ (۰/۵) (صفحه ۹۶)</p> <p>(پ) $h'(x) = 6 \times 3 \times (3x + 5)^5$ (۰/۵)</p>	۲/۲۵

۱/۵	$(f+g)'(4) = f'(4) + g'(4) = (6(4)^2) + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 96 + \frac{1}{4} \quad (0/25)$ $f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = (6)(1) + \left(\frac{1}{2}\right)(3) = 6 + \frac{3}{2} \quad (0/25)$ $(f+g)'(4) + (f \times g)'(1) = 96 + \frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{2} = \frac{415}{4} \quad (0/5)$	(صفحه ۱۰۱ کتاب)	۱۱																
۰/۷۵	$\frac{f(4) - f(-1)}{4 - (-1)} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5} \quad (0/25)$	(صفحه ۱۱۰ کتاب)	۱۲																
۱/۲۵	$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (0/25), \quad x = 4 \notin [-2, 3] \quad (0/25)$ $f(-2) = -32, \quad f(0) = 0, \quad f(3) = -27$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) = -۳۲ = مینیمم مطلق (۰/۲۵) = ۰ = ماکزیمم مطلق (۰/۲۵)</p>	غ ق ق (صفحه ۱۲۶ کتاب)	۱۳																
۱/۵	$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ $f(1) = -11 \Rightarrow 1 + a + b = -11 \quad (0/5)$ $f''(1) = 0 \Rightarrow 6(1) + 2a = 0 \quad (0/5) \Rightarrow a = -3 \quad (0/25) \Rightarrow b = -9 \quad (0/25)$	(صفحه ۱۳۶ کتاب)	۱۴																
۱/۷۵	$y' = \frac{2(x+3) - 1(2x-1)}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2} > 0 \quad (0/25) \quad \text{اکیداً صعودی}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) مجانِب افقی ۲ مجانِب قائم -۳</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">x</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-∞</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-۳</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">y'</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">↗</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">↘</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">↗</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+∞</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-∞</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">۲</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جدول (۰/۵)</p>	x	-∞	-۳	+∞	y'	+		+		↗	↘	↗		+∞	-∞	۲	(صفحه ۱۴۴ کتاب)	۱۵
x	-∞	-۳	+∞																
y'	+		+																
	↗	↘	↗																
	+∞	-∞	۲																
۲۰	02166906790	www.padino.org	t.me/padino_org																



رسم شکل (۰/۵)



P A D I N O



<http://www.Padino.org>



021 6690 6790



t.me/padino_org

**آینده شما ممکن است ربطی به گذشته تان نداشته باشد
کافیست اراده کنید**