

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضی و آمار	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : انسانی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۶ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

۱ نمودار تابع $y = |ax - b|$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۳ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۹ قطع می‌کند. در این صورت حاصل $a - |b|$ را بیابید.

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

۲ نمودار $y = -|2x - 6|$ را رسم کنید.

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

۳ اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ و $f(x) = ax + 14$ و $g(x) = x^2 + bx - 15$ و $D_h = \mathbb{R} - \{3, c\}$ باشد، مقدار $2b - 3c$ را بیابید.

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

باتوجه به جدول زیر در جای خالی \bigcirc و Δ و \square چه ارزشی باید گذاشت؟

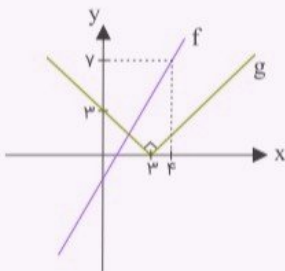
q	$\sim p$	r	$\sim (p \Rightarrow q)$	$(q \wedge r) \Leftrightarrow p$	$q \Leftrightarrow \sim p$
F	T	T	\bigcirc	Δ	\square

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

نقطه $(1 - 2a, a + 10)$ روی نیمساز ناحیه اول قرار دارد و تابع $\left\{ (2, a - 1), (3, \frac{b}{p}) \right\}$ تابعی ثابت است. مقدار a و b را بیابید.

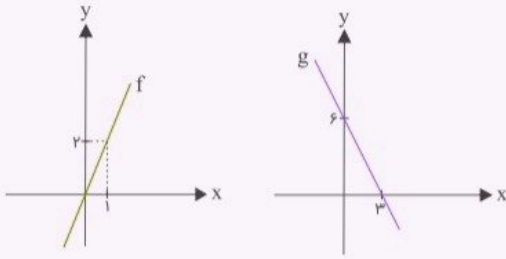
تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

باتوجه به شکل زیر حاصل $(f + g)(2)$ را به دست آورید.



تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

۷ اگر نمودار g و f مطابق شکل زیر باشد، نمودار $g + f$ را رسم کنید.

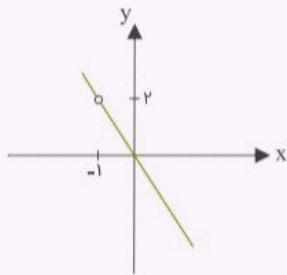


تالیفی ابوالفضل رجایی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

۸ اگر $f(x) = \begin{cases} (k-3)x^2 - 2m & ; x \geq 2 \\ (m+4)x + k & ; x < 2 \end{cases}$ تابعی پلکانی باشد، حاصل $f(1) + f(3)$ را بیابید.

تالیفی ابوالفضل رجایی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

اگر $f(x) = 5x^2$ و نمودار $(\frac{f}{g})(x)$ به صورت زیر باشد، ضابطه $g(x)$ را بیابید.



تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

اگر f تابعی ثابت باشد و به ازای هر عدد حقیقی داشته باشیم:

$$f\left(\frac{x}{3} - 1\right) = \frac{1}{3}f(x) - 2$$

در این صورت حاصل $f(3) \times f(-5)$ را بیابید.

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

اگر $f(x) = 4x^2 + 7x - 2$ و $g(x) = 3x^2 - 5x + 2$ باشد، دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را بیابید.

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

اگر گزاره $(\sim p \vee q)$ درست و گزاره $(\sim q)$ نادرست باشد، آنگاه $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee p)$ دارای چه ارزشی است؟

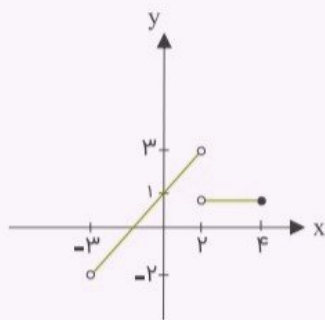
تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

اگر $f(x) = x^2 - x + 1$ و $R_f = \{7, 13, 43\}$ برد تابع f باشند، دامنه تابع f را بیابید.

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

ارزش نقیض گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow (r \vee p)$ را به دست آورید.

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید



تالیفی ابوالفضل رجایی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید



آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضی و آمار	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : انسانی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۶ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		
نمره			

۱ چون محور xها را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع می‌کند و محور yها را در عرض ۹ قطع می‌کند، پس $A \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 0 \\ 9 \end{vmatrix}$ روی نمودار قرار دارند. در نتیجه:

$$B \Rightarrow 9 = |a(0) - b| \Rightarrow 9 = |-b| \Rightarrow |b| = 9 \Rightarrow b = \pm 9$$

$$A \Rightarrow 0 = |a(3) - b| \Rightarrow |3a - b| = 0 \Rightarrow 3a - b = 0 \Rightarrow 3a = b$$

$$a = \frac{b}{3} \Rightarrow a = \frac{\pm 9}{3} = \pm 3$$

بنابراین:

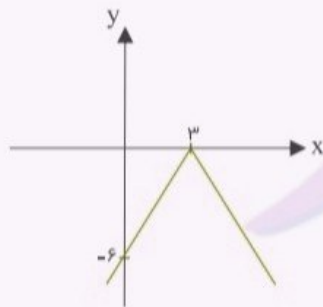
$$a - |b| = \pm 3 - 9 \begin{cases} 3 - 9 = -6 \\ -3 - 9 = -12 \end{cases}$$

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

۲ منفی پشت قدر مطلق می‌گوید شکل آن به صورت شکل می‌باشد و اگر ریشه داخل قدر مطلق را به دست آوریم، داریم:

$$2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

و اگر محل برخورد شکل با محور yها را بخواهیم به دست آوریم باید $x = 0$ باشد. یعنی $y = -6$ ، پس شکل به صورت زیر است:



تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

توابع چندجمله‌ای $D_f = D_g = \mathbb{R}$

$$D_h = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{x \mid g(x) = 0\}$$

باتوجه به فرض مسئله که $D_h = \mathbb{R} - \{3, c\}$ می‌فهمیم که:

$$g(3) = g(c) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g(3) = 0 \Rightarrow 0 = 3^2 + 3b - 15 \Rightarrow 3b = 6 \Rightarrow b = 2 \\ g(c) = 0 \Rightarrow 0 = c^2 + 2c - 15 \Rightarrow (c + 5)(c - 3) = 0 \end{cases} \begin{cases} c = -5 \\ c = 3 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$b \times c = 2 \times -5 = -10$$

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

چون $\sim p$ درست است پس $p \equiv F$ ، بنابراین $p \Rightarrow q$ به انتفای مقدم درست است در نتیجه $(p \Rightarrow q) \sim$ نادرست است پس $\bigcirc \equiv F$ و $q \wedge r \equiv F$ چون q نادرست است و همچنین چون p هم نادرست است، پس $((q \wedge r) \Leftrightarrow p) \equiv T$ پس $\Delta \equiv T$ و در نهایت $\Leftrightarrow \sim p$ دارای ارزش نادرست است، پس $\square \equiv F$.

\downarrow \downarrow
F T

توجه: در ترکیب دوشروطی اگر هر دو گزاره هم‌ارزش باشند، گزاره دوشروطی درست است.

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

چون نقطه $(1 - 2a, a + 10)$ روی نیمساز ناحیه اول است پس $y = x$ است.

$$1 - 2a = a + 10 \Rightarrow -3a = 9 \Rightarrow a = -3$$

و چون $\left\{ (2, a - 1), \left(3, \frac{b}{2} \right) \right\}$ تابعی ثابت است پس مؤلفه‌های دوم باهم برابرند.

$$a - 1 = \frac{b}{2} \xrightarrow{a=-3} -4 = \frac{b}{2} \Rightarrow b = -8$$

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

ابتدا ضابطه f و g را به دست می‌آوریم و از آنجا که تابع مجموع را در $x = 2$ خواسته، کافی است ضابطه تابع g را در حالتی که $x \leq 3$ است، به دست آوریم:

$$f: \left| \begin{array}{c} 4 \\ y \end{array} \right|, \left| \begin{array}{c} 0 \\ x \end{array} \right| \Rightarrow m = \frac{4}{4} = 1, y = \frac{4}{4}x \Rightarrow f(x) = \frac{4}{4}x$$

$$g: \left| \begin{array}{c} 3 \\ y \end{array} \right|, \left| \begin{array}{c} 0 \\ x \end{array} \right| \Rightarrow m' = -1 \Rightarrow y = -x + 3 \Rightarrow g(x) = -x + 3$$

$$(f + g)(2) = f(2) + g(2) = \frac{4}{4}(2) + (-2 + 3) = \frac{4}{2} + 1 = \frac{9}{2}$$

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

تابع f از نقاط $\left| \begin{array}{c} 1 \\ y \end{array} \right|, \left| \begin{array}{c} 0 \\ x \end{array} \right|$ می‌گذرد، بنابراین معادله خط f عبارت است از:

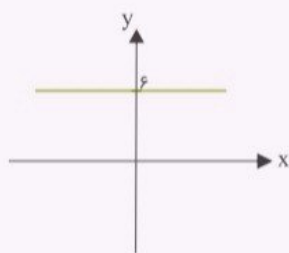
$$m = \frac{1 - 0}{1 - 0} = 1 \Rightarrow y - 0 = 1(x - 0) \Rightarrow y = 1x \Rightarrow f(x) = 1x$$

و تابع g از نقاط $\left| \begin{array}{c} 3 \\ y \end{array} \right|, \left| \begin{array}{c} 0 \\ x \end{array} \right|$ می‌گذرد، پس داریم:

$$m = \frac{3 - 0}{0 - 3} = -1 \Rightarrow y - 3 = -1(x - 0) \Rightarrow g(x) = -1x + 3$$

$$f + g = 1x + (-1x + 3) = 3$$

پس نمودار $f + g$ به صورت زیر می‌باشد:



تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

چون f تابعی پلکانی است پس ضابطه‌های آن تابعی ثابت هستند، بنابراین ضریب x و x^2 باید صفر باشند، پس:

$$k - 3 = 0 \Rightarrow k = 3$$

$$m + 4 = 0 \Rightarrow m = -4$$

یعنی تابع f به صورت زیر درمی‌آید:

$$f(x) = \begin{cases} -2(-4) & ; x \geq 2 \\ 3 & ; x < 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 8 & ; x \geq 2 \\ 3 & ; x < 2 \end{cases}$$

درنتیجه:

$$f \left(\underset{\substack{\downarrow \\ \text{ضابطه پایین}}}{1} \right) + f \left(\underset{\substack{\downarrow \\ \text{ضابطه بالا}}}{3} \right) = 3 + 8 = 11$$

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

ضابطه $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ را با توجه به نمودار به دست می‌آوریم.

دو نقطه از آن داریم: $\left| \begin{smallmatrix} -1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right|_0$ و $\left| \begin{smallmatrix} -1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right|_0$ ، پس:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = -2(x - 0) \\ \Rightarrow y = -2x$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow -2x = \frac{5x^2}{g(x)}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{5x^2}{-2x} \Rightarrow g(x) = -\frac{5}{2}x, \quad x \neq -1$$

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

چون f تابعی ثابت است، پس $f(x) = k$ درنتیجه:

$$f\left(\frac{x}{3} - 1\right) = k \Rightarrow k = \frac{1}{3}k - 2 \Rightarrow \frac{2}{3}k = -2 \Rightarrow k = -3$$

بنابراین داریم $f(x) = -3$ ، درنتیجه:

$$f(3) \times f(-5) = -3 \times -3 = 9$$

تالیفی ابوالفضل رجبی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

تابع f و g چند جمله‌ای هستند پس $D = \mathbb{R}$. فقط باید x هایی که $g(x)$ را صفر می‌کند به دست آوریم؛ پس معادله $3x^2 - 5x + 2 = 0$ را حل می‌کنیم و چون مجموع ضرایب صفر است، داریم:

$$x = 1, \quad x = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \left\{1, \frac{2}{3}\right\}$$

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a + b + c = 0$ باشد، ریشه‌ها عبارت‌اند از: $x = 1$, $x = \frac{c}{a}$.

تالیفی ابوالفضل رجایی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

$\sim(\sim q) \equiv q$ پس q نادرست است و از طرفی چون $(\sim p \vee q)$ درست است و q نادرست است، بنابراین $\sim p$ درست بوده و p هم نادرست می‌شود. حال خواسته مسئله را ارزش‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ (\sim p \vee \overset{F}{p}) \equiv T \\ \downarrow \\ T \end{array}, \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ (p \wedge \underbrace{\sim q}_{\downarrow T}) \equiv F \\ \downarrow \\ F \end{array}$$

$$(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge \sim q) \equiv T \wedge F \equiv F$$

تالیفی ابوالفضل رجایی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

ضابطه تابع f را با اعضای برد مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$x^2 - x + 1 = 7 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \\ x = -2 \end{array} \right.$$

$$x^2 - x + 1 = 13 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 3) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ x = -3 \end{array} \right.$$

$$x^2 - x + 1 = 43 \Rightarrow x^2 - x - 42 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x + 6) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 7 \\ x = -6 \end{array} \right.$$

$$D_f = \{-2, 3, -3, 4, -6, 7\}$$

تالیفی ابوالفضل رجایی یزدلی
مدارس علوم انسانی مفید

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

حال به بررسی سؤال می‌پردازیم:

$$\begin{aligned} \sim ((p \wedge q) \Rightarrow (r \vee p)) &\equiv (p \wedge q) \wedge \sim (r \vee p) \\ &\equiv (p \wedge q) \wedge (\sim r \wedge \sim p) \\ &\equiv (p \wedge \sim p) \wedge (q \wedge \sim r) \\ &\equiv F \wedge (q \wedge \sim r) \\ &\equiv F \end{aligned}$$

تألیفی ابوالفضل رجبی یزدلی

مدارس علوم انسانی مفید

دامنه تابع داده‌شده دارای ۲ قسمت است؛ یکی $-3 < x < 2$ و دیگری $2 < x \leq 4$ و اگر معادله خط‌ها را بنویسیم، داریم:

$$\text{اگر } -3 < x < 2:$$

$$A \begin{vmatrix} -3 \\ -2 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$m = \frac{-2 - 3}{-3 - 2} = \frac{-5}{-5} = 1$$

$$y - 3 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x + 1$$

و اگر $2 < x \leq 4$ باشد، داریم $f(x) = 1$ که تابعی ثابت می‌باشد.
بنابراین داریم:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & ; -3 < x < 2 \\ 1 & ; 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

تألیفی ابوالفضل رجبی یزدلی

مدارس علوم انسانی مفید