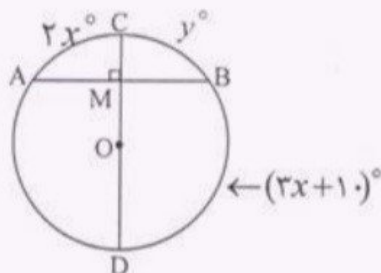


آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۷ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

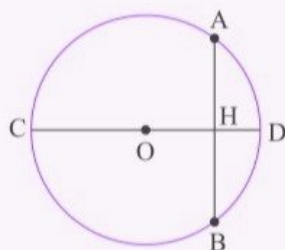
۱ قطر CD در نقطه M بر وتر AB از دایره‌ای به مرکز O عمود است.

اگر $\widehat{BD} = (3x + 10)^\circ$ ، $\widehat{BC} = y^\circ$ و $\widehat{AC} = 2x^\circ$ باشد، x و y را محاسبه کنید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ دی ۱۳۹۱

۲ شکل زیر را در نظر بگیرید.



کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم هندسه فعالیت

الف فرض کنید قطر CD وتر AB را نصف کرده است. نشان دهید CD بر AB عمود است و کمان AB را نصف می‌کند.

ب فرض کنید قطر CD کمان AB را نصف کرده است. نشان دهید CD بر AB عمود است و آن را نصف می‌کند.

به سؤالات زیر پاسخ دهید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک یازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۳

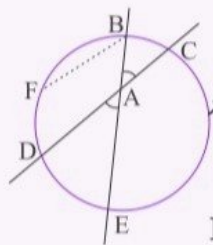
۳ هر چندضلعی منتظم، هم محاطی و هم محیطی است. (درست - نادرست)

۴ طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس برون به شعاع‌های R و R' برابر $2\sqrt{R + R'}$ است. (درست - نادرست)

۵ اندازه هر زاویه ظلی برابر است با اندازه کمان روبه‌رو به آن زاویه.

۶ اگر r_a ، r_b و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی یک مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی آن برابر ۴ باشد، حاصل $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ برابر است.

رأس زاویه DAE مانند شکل در درون دایره است و اضلاع این زاویه کمان‌های BC و DE را مشخص کرده‌اند.



الف) از نقطه B خطی موازی با خط DC رسم کرده‌ایم تا دایره را در نقطه‌ای مانند F قطع کند. علت هر کدام از تساوی‌های زیر را مشخص کنید:

$$\widehat{DAE} = \widehat{FBE} = \frac{1}{2}\widehat{FE} = \frac{1}{2}(\widehat{FD} + \widehat{DE}) = \frac{1}{2}(\widehat{BC} + \widehat{DE})$$

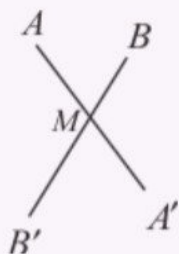
ب) از B به D وصل کنید و به کمک زاویه خارجی مثلث ABD رابطه فوق را اثبات کنید.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم هندسه فعالیت

قضیه: ثابت کنید در هر چهارضلعی محاطی، زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگرند و به عکس.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ شهریور ۱۳۹۱

عکس قضیه (رابطه طولی در دایره): ثابت کنید اگر دو پاره خط AA' و BB' در نقطه M یکدیگر را طوری قطع کنند که $MA \times MA' = MB \times MB'$ آنگاه چهار نقطه A, A', B, B' روی یک دایره اند.

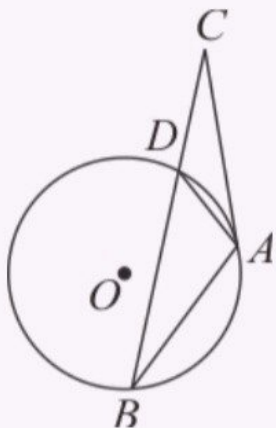


امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم همدسه ۲ دی ۱۳۹۰

قضیه: ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی، زاویه های روبه رو مکمل یکدیگر باشند، آن چهارضلعی محاطی است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم همدسه ۲ خرداد ۱۳۸۸

در دایره (O) مماس AC و وتر AB با یکدیگر مساوی‌اند. خط BC دایره را در نقطه D قطع کرده است. ثابت کنید مثلث ADC ، متساوی‌الساقین است.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۹۱

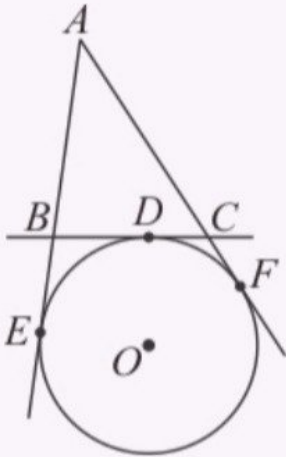
قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه‌ای که از برخورد امتداد دو وتر از یک دایره پدید می‌آید، برابر قدر مطلق نصف تفاضل اندازه کمان‌هایی از آن دایره است که به ضلع‌های آن زاویه محدودند.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ شهریور ۱۳۹۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۸۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۹۱

خط‌های AE ، AF و BC به ترتیب در نقطه‌های E ، F و D بر دایره (O) مماس هستند. مماس BC ، خط‌های AE و AF را به ترتیب در نقطه‌های B و C قطع کرده است. ثابت کنید با تغییر مکان نقطه D روی دایره بین دو نقطه ثابت E و F ، محیط مثلث ABC ثابت می‌ماند.

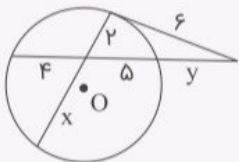
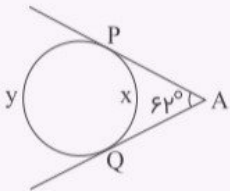


امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ دی ۱۳۹۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۹۰

با توجه به شکل مقدار x و y را بیابید.

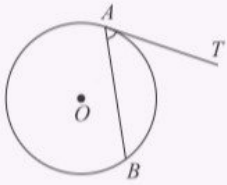
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ دی ۱۳۸۹



الف

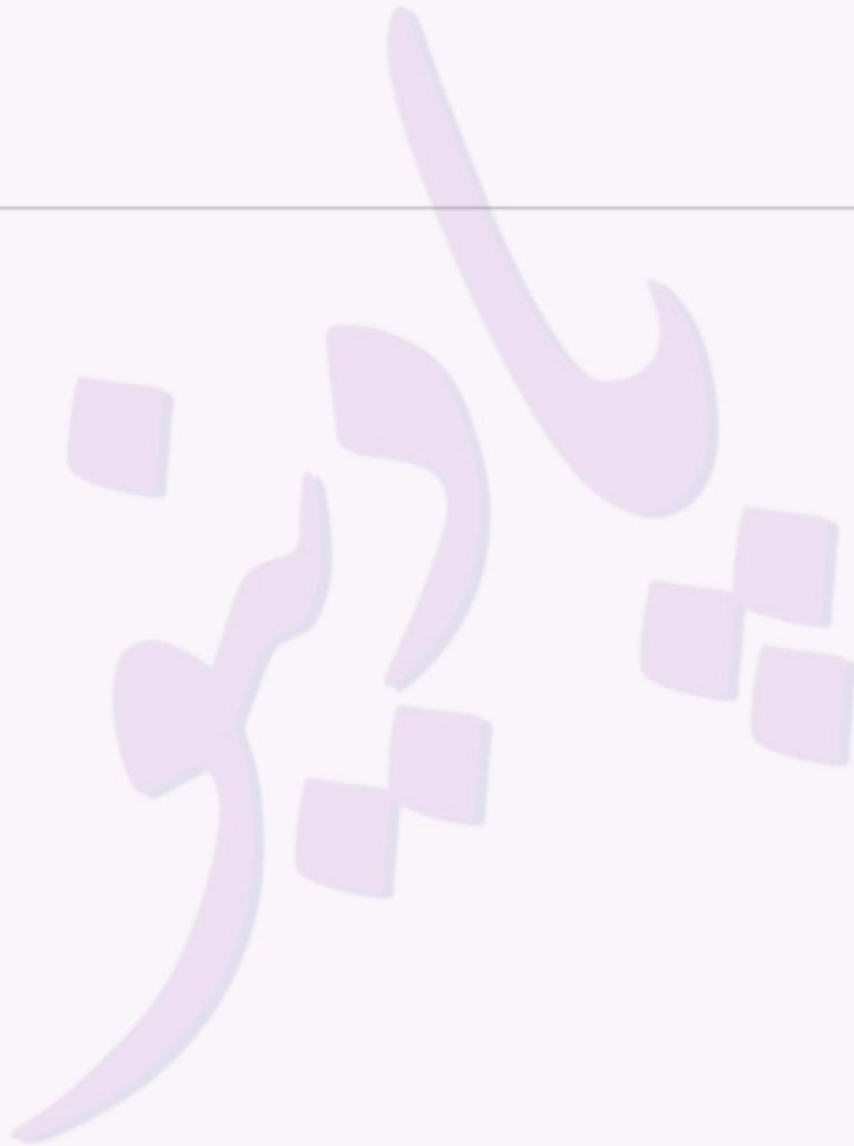
ب

قضیه: باتوجه به شکل ثابت کنید در دایره (O) اندازه هر زاویهٔ ظلی برابر با نصف کمان روبه روی آن است.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ شهریور ۱۳۹۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۹۰



آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۷ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		
نمره			

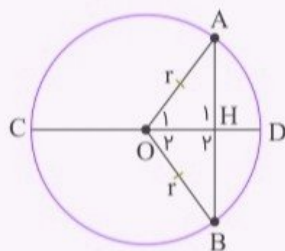
$$2x = y$$

$$2(3x + 10) + 4x = 360^\circ \left(\frac{^\circ}{5}\right) \Rightarrow 10x = 340^\circ \Rightarrow x = 34^\circ \left(\frac{^\circ}{25}\right), y = 68^\circ \left(\frac{^\circ}{25}\right)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ دی ۱۳۹۱

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم هندسه فعالیت

در دو مثلث OAH و OBH داریم:



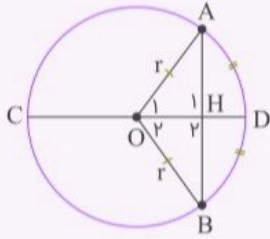
$$\left. \begin{array}{l} OA = OB = r \\ OH = OH \\ AH = BH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAH \cong \triangle OBH$$

$$\Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \quad (*)$$

$$\hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ \xrightarrow{(*)} \hat{H}_1 + \hat{H}_1 = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{H}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{H}_1 = 90^\circ$$

یعنی قطر CD بر وتر AB عمود است. از برابری اجزای متناظر دو مثلث برابری زاویه‌های \hat{O}_1 و \hat{O}_2 را هم نتیجه می‌گیریم و همچنین این دو زاویه مرکزی‌اند، بنابراین داریم: $\widehat{AD} = \widehat{DB}$ ، پس کمان \widehat{AB} را هم نصف می‌کند.

دو کمان \widehat{AD} و \widehat{BD} برابرند، پس زاویه‌های مرکزی روبه‌رو به آن‌ها هم برابرند ($\hat{O}_1 = \hat{O}_2$) و در دو مثلث OAH و OBH داریم:



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB = r \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OH = OH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض.ض.ض.}} \triangle OAH \cong \triangle OBH$$

$$\xrightarrow{\text{برابری اجزای متناظر}} \left\{ \begin{array}{l} AH = HB \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \quad (*) \end{array} \right.$$

$$\hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ \xrightarrow{(*)} \hat{H}_1 + \hat{H}_1 = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{H}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{H}_1 = 90^\circ$$

پس قطر CD بر وتر AB عمود است و آن را نصف می‌کند.

پاسخ سؤالات ۳ تا ۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک یازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۳

درست

۳

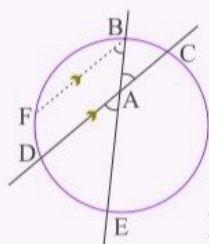
نادرست

۴

نصف

۵

۶



$$F\hat{B}E \Rightarrow F\hat{B}E = \frac{1}{2}F\hat{E} \quad (*)$$

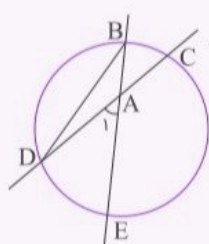
$$FB \parallel DC \Rightarrow F\hat{D} = \hat{B}C \quad (**)$$

(BE مورب), (FB || DC)

$$\Rightarrow D\hat{A}E = F\hat{B}E \xrightarrow{(*)} \frac{1}{2}F\hat{E} = \frac{1}{2}(F\hat{D} + D\hat{E})$$

$$\xrightarrow{(**)} \frac{1}{2}(F\hat{D} + D\hat{E}) = \frac{1}{2}(\hat{B}C + D\hat{E})$$

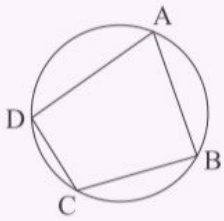
ب



$$\hat{A}_1 = \hat{B} + \hat{D}$$

$$\hat{A}_1 = \frac{D\hat{E}}{2} + \frac{\hat{B}C}{2} \Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{1}{2}(D\hat{E} + \hat{B}C)$$

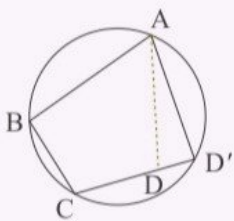
کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم هندسه فعالیت



$$\hat{B} + \hat{D} = \frac{\widehat{ADC}}{2} + \frac{\widehat{ABC}}{2} \Rightarrow \hat{B} + \hat{D} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

به روش مشابه ثابت می‌شود $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$.

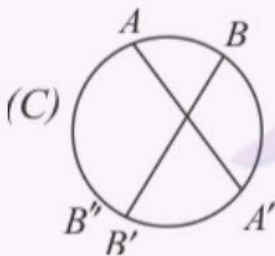
عکس قضیه: فرض کنیم در چهارضلعی ABCD، هر دو زاویه روبه‌رو مکمل یکدیگر باشند. یعنی (۱) $\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$ و (۲) $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$. بر سه نقطه A، B و C یک دایره می‌گذرد، ثابت می‌کنیم که این دایره از نقطه D نیز می‌گذرد.



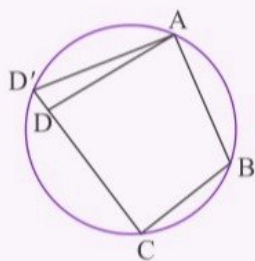
اثبات (برهان خلف): اگر این دایره از رأس D نگذرد، نقطه برخورد خط CD با دایره را D' می‌نامیم و از D' به A وصل می‌کنیم. چون چهارضلعی ABCD' محاطی است، بنابراین: (۳) $\hat{B} + \hat{D}' = 180^\circ$ از رابطه (۲) و (۳) نتیجه می‌شود که (۴) $\hat{D} = \hat{D}'$ چون زاویه D زاویه خارجی مثلث ADD' است، بنابراین: (۵) $\hat{D} > \hat{D}'$ که رابطه (۵) با رابطه (۴) در تناقض است. در نتیجه فرض ما که دایره از رأس D نمی‌گذرد نادرست و حکم قضیه برقرار است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ شهریور ۱۳۹۱

بر سه نقطه A، B و A' یک دایره می‌گذرانیم (دایره C) (۰/۲۵) اگر این دایره از نقطه B' بگذرد، حکم ثابت است (۰/۲۵). اما اگر این دایره از B' نگذرد، خط MB را در نقطه دیگری مانند B'' قطع خواهد کرد. در این صورت خواهیم داشت: (۰/۲۵) $MA \cdot MA' = MB \cdot MB''$ از مقایسه این رابطه با فرض قضیه، نتیجه می‌شود $MB' = MB''$ (۰/۲۵) و این نشان می‌دهد که B'' بر B' منطبق است (۰/۲۵) یعنی دایره‌ای که بر سه نقطه A، B و A' گذشته است، از نقطه B' نیز می‌گذرد. پس چهار نقطه A، A'، B و B' روی یک دایره واقع هستند.

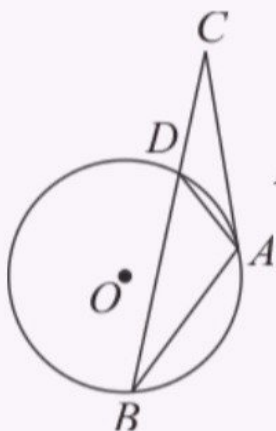


امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ دی ۱۳۹۰



به تناقض رسیدیم: زیرا $\hat{D} > \hat{D}'$ (D زاویه خارجی $\Delta ADD'$) پس حکم برقرار است.

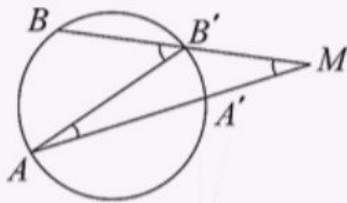
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۸۸



$$ABC : \begin{cases} AC = AB \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} (o/25) \\ \hat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ محاطی } (o/25) \\ \widehat{DAC} = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ ظلی } (o/25) \end{cases} \Rightarrow \widehat{DAC} = \hat{C} \Rightarrow DC = DA (o/25)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۹۱

امتداد وترهای AA' و BB' از دایره C در نقطه M یکدیگر را قطع کرده‌اند. پاره خط AB' را رسم می‌کنیم.



رسم شکل (۰/۲۵)

$$\widehat{AB'B} = \widehat{B'AM} + \widehat{AMB'} \quad (0/25)$$

(زاویه خارجی مثلث AMB')

$$\Rightarrow \widehat{AMB'} = \widehat{AB'B} - \widehat{B'AM} = \frac{\widehat{AB}}{2} - \frac{\widehat{A'B'}}{2} \quad (0/5)$$

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMB'} = \frac{|\widehat{AB} - \widehat{A'B'}|}{2}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ شهریور ۱۳۹۵
 امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۸۹
 امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۹۱

می‌دانیم که طول مماس‌های رسم شده از نقطه‌ای خارج یک دایره باهم برابر است.

$$\text{محیط مثلث } ABC = AB + AC + BC = AB + AC + BD + DC \quad (0/25)$$

$$= AB + AC + BE + CF \quad (0/5)$$

$$= AE + AF = 2AE \quad (0/25)$$

بنابراین محیط مثلث ABC مستقل از نقطه D بوده و مقدار آن ثابت است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ دی ۱۳۹۲
 امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۹۰
 امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ دی ۱۳۸۹

$$\frac{y-x}{2} = 62^\circ \quad (0/25) \Rightarrow y = 242^\circ, x = 118^\circ \quad (0/25)$$

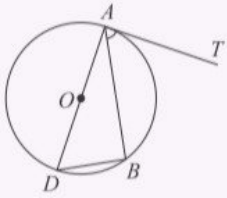
$$x + y = 360^\circ \quad (0/25)$$

$$2x = 4 \times 5 \quad (0/25) \Rightarrow x = 10$$

$$6^2 = y \times (y + 5 + 4) \quad (0/25) \Rightarrow y^2 + 9y - 36 = 0$$

$$y = 3 \text{ (ق.ق.)} \quad (0/25) \text{ یا } y = -12 \text{ (غ.ق.ق.)} \quad (0/25)$$

زاویهٔ ظلی \widehat{BAT} را در دایره‌ای به مرکز O در نظر می‌گیریم. قطر AD از این دایره را رسم می‌کنیم و از D به نقطهٔ B وصل می‌نماییم (۰/۲۵). زاویهٔ \widehat{ABD} محاطی روبه‌رو به قطر مساوی 90° است پس: (۱) $(0/25) \widehat{ADB} + \widehat{DAB} = 90^\circ$
 از طرفی: (۲) $\widehat{DAB} + \widehat{BAT} = 90^\circ (0/25)$
 از رابطهٔ (۱) و (۲) نتیجه می‌شود: $\widehat{BAT} = \widehat{ADB} (0/25)$
 اما می‌دانیم $\widehat{ADB} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ ، پس: $\widehat{BAT} = \frac{\widehat{AB}}{2} (0/25)$



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ شهریور ۱۳۹۲
 امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم هندسه ۲ خرداد ۱۳۹۰

