

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : آمار و احتمال	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۵ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

۱ اگر A و B دو مجموعه باشند:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال شهریور ۱۳۸۹

الف با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها درستی رابطه زیر را ثابت کنید.

$$[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$$

ب ثابت کنید: $(A')' = A$

در مدرسه‌ای ۶۰ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۴۰ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه، $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان رشته تجربی و $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب شده و معدل او بالای ۱۸ است. احتمال آنکه این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک یازدهم آمار و احتمال خرداد ۱۴۰۳

دروازه‌بان یک تیم فوتبال، اگر روحیه خوبی داشته باشد، با احتمال ۶۰ درصد و اگر روحیه بدی داشته باشد، با احتمال ۳۰ درصد ضربه پنالتی را مهار می‌کند. پیش از اولین ضربه پنالتی، روحیه این دروازه‌بان خوب است احتمال آن را به دست آورید که این دروازه‌بان در سه ضربه پنالتی اول، دوم و سوم، دقیقاً دو ضربه آخر را مهار کند. (با مهار هر پنالتی، روحیه دروازه‌بان خوب و در غیر این صورت بد می‌شود).

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک یازدهم آمار و احتمال خرداد ۱۴۰۳

۴ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند ثابت کنید:

$$P(A' \cup B) - P(A \cap B) = 1 - P(A)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال شهریور ۱۳۸۸

۵ چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۶ تایی آن‌ها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند. در ظرف سوم ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تایی آن‌ها قرمز هستند و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۱

۶ برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S ثابت کنید:

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۰

۷ برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S اگر $A \subseteq B$ ثابت کنید:

$$P(B - A) = P(B) - P(A)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال شهریور ۱۳۹۲

دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟

کتاب درسی علوم تجربی دوازدهم ریاضی مثال

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۰

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۱

برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S ثابت کنید:

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۲

یک سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر "پشت" بیاید، ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم و اگر "رو" بیاید، ۲ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش، احتمال اینکه دقیقاً دو سکه "رو" ظاهر شود، چقدر است؟

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۳

برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S ثابت کنید:

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال دی ۱۳۹۱

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به‌طوری‌که $A \subseteq B$ ثابت کنید:

۱۲

$$P(B - A) = P(B) - P(A)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال دی ۱۳۹۰

در یک شرکت که ۵۰ کارمند دارد ۳۲ نفر آن‌ها مرد هستند و ۲۰ نفر دارای مدرک فوق‌لیسانس می‌باشند. ۱۱ نفر از این کارمندان مرد، مدرک فوق‌لیسانس دارند. یک نفر به‌تصادف از بین کارمندان انتخاب می‌شود. احتمال آنکه این فرد نه مرد بوده و نه مدرک فوق‌لیسانس داشته باشد را محاسبه کنید.

۱۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال دی ۱۳۹۴

با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

$$A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$$

۱۴

اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک تجربه تصادفی و $P(b) = \frac{1}{3}$ ، $P(\{b, d\}) = \frac{1}{4}$ و $P(\{b, c\}) = \frac{2}{3}$ باشد آنگاه $P(a)$ را به دست آورید.

۱۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : آمار و احتمال	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۷ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		
	نمره		

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال شهریور ۱۳۸۹

$$\begin{aligned}
 [A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] &= [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] \\
 &= [\emptyset \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup \emptyset] = (A \cap B) \cup (B \cap A') \\
 &= B \cap (A \cup A') = B \cap U = B
 \end{aligned}$$

$$(A')' = \{x | x \in U, x \notin A'\} = \{x | x \in U, x \in A\} = A$$

۱

الف

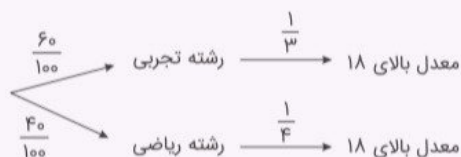
ب

B_1 : پیشامد تحصیل در رشته تجربی

B_2 : پیشامد تحصیل در رشته ریاضی

A : پیشامد داشتن معدل بالای ۱۸

روش اول:



$$P(A) = \frac{60}{100} \times \frac{1}{3} + \frac{40}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{20}{100} + \frac{10}{100} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_1) \cdot P(A | B_1)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{60}{100} \times \frac{1}{3}}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}$$

روش دوم:

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2)$$

$$= \frac{60}{100} \times \frac{1}{3} + \frac{40}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_1) \cdot P(A | B_1)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{60}{100} \times \frac{1}{3}}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}$$

روش سوم:

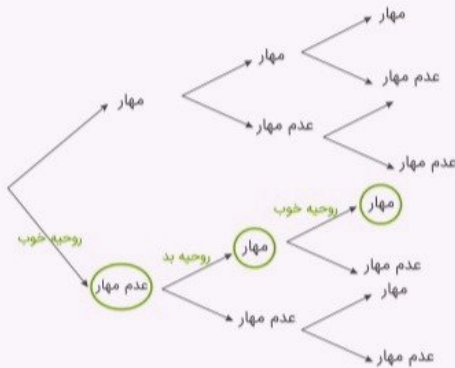
$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_1) \cdot P(A | B_1)}{P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2)}$$

$$= \frac{\frac{60}{100} \times \frac{1}{3}}{\frac{60}{100} \times \frac{1}{3} + \frac{40}{100} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک یازدهم آمار و احتمال خرداد ۱۴۰۳

$$P(A'_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A'_1) \cdot P(A_2 | A'_1) \cdot P(A_3 | A'_1 \cap A_2) \\ = \frac{40}{100} \times \frac{30}{100} \times \frac{60}{100} = \frac{72}{1000} = 0/072$$

روش دوم:



$$P(A'_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{40}{100} \times \frac{30}{100} \times \frac{60}{100} = \frac{72}{1000} = 0/072$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک یازدهم آمار و احتمال خرداد ۱۴۰۳

$$\text{اثبات : } P(A' \cup B) - P(A \cap B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) - P(A \cap B) = \\ P(A') + P(B) - P(B) + P(A \cap B) - P(A \cap B) = 1 - P(A)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال شهریور ۱۳۸۸

$$P(R) = P(A_1)P(R|A_1) + P(A_2)P(R|A_2) + P(A_3)P(R|A_3) + P(A_4)P(R|A_4)$$

$$P(R) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{4}{12} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{29}{60}$$

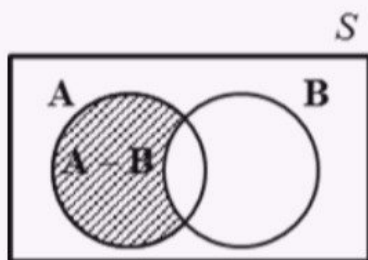
حل به روش نمودار درختی هم امکان پذیر است.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۱

$$A \cap B' = A - B \Rightarrow A = (A \cap B') \cup (A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A \cap B') + P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$(A - B)$ و $(A \cap B)$ دو پیشامد متمایز و از هم جدا هستند.



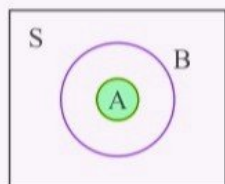
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۰

می‌دانیم:

$$B = (B - A) \cup A$$

همچنین A و $(B - A)$ دو پیشامد از هم جدا هستند زیرا:

$$A \cap (B - A) = \emptyset$$



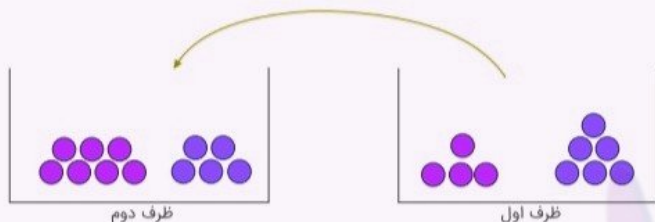
بنابراین:

$$P(B) = P(B - A) + P(A) \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال شهریور ۱۳۹۲

مهره انتخاب شده از ظرف اول یا سبز است و یا آبی. اگر این پیشامدها را به ترتیب با G و B و پیشامد انتخاب مهره سبز از ظرف دوم را با A نمایش دهیم، خواهیم داشت: $P(B) = \frac{4}{10}$ و $P(G) = \frac{6}{10}$ و $P(A|B) = \frac{5}{13}$. در این صورت داریم:

$$P(A) = P(G)P(A|G) + P(B)P(A|B) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{130}$$



کتاب درسی علوم تجربی دوازدهم ریاضی مثال

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۰

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۱

$$A = (A - B) \cup (A \cap B) \\ \Rightarrow P(A) = P[(A - B) \cup (A \cap B)]$$

$(A - B)$ و $(A \cap B)$ دو پیشامد ناسازگارند زیرا:

$$(A - B) \cap (A \cap B) = (A \cap B') \cap (A \cap B) = A \cap (B \cap B') = \emptyset \\ P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۲

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{7}{16}$$

توجه نمایید که فضای نمونه‌ای، هم‌شانس نیست.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۳

$$A = (A - B) \cup (A \cap B) \\ P(A) = P[(A - B) \cup (A \cap B)]$$

$(A - B)$ و $(A \cap B)$ دو پیشامد ناسازگارند پس:

$$P(A) = P(A - B) + P(A \cap B) \\ P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

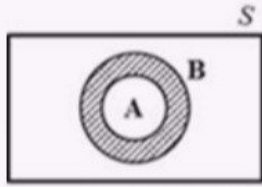
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال دی ۱۳۹۱

$$B = (B - A) \cup A$$

$$P(B) = P[(B - A) \cup A]$$

A و (B - A) دو پیشامد ناسازگارند پس طبق اصل ۳ داریم:

$$P(B) = P(B - A) + P(A) \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$$



شکل (۰/۲۵)

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال دی ۱۳۹۰

A: مرد بودن و B: فوق‌لیسانس داشتن

$$P(A) = \frac{۳۲}{۵۰}, P(B) = \frac{۲۰}{۵۰}, P(A \cap B) = \frac{۱۱}{۵۰}$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - \frac{۴۱}{۵۰} = \frac{۹}{۵۰}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال دی ۱۳۹۴

پاسخ سؤال ۱۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

$$\left. \begin{array}{l} (A \cap B) \subseteq A \\ B \subseteq (A \cup B) \Rightarrow B \subseteq (A \cap B) \end{array} \right\} \Rightarrow B \subseteq A$$

به همین ترتیب ثابت می‌شود: $A \subseteq B$

بنابراین: $A = B$

$$P(\{b, c\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(b) + P(c) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} + P(c) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(c) = \frac{1}{3}$$

$$P(\{b, d\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(b) + P(d) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} + P(d) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(d) = \frac{1}{6}$$

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow P(a) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \Rightarrow P(a) = \frac{1}{6}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

