

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۳ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

## ریاضیات گسسته

۱ اگر  $k$  عددی صحیح باشد به طوری که  $۴|۳k + ۱$ ، ثابت کنید:  $۱۶|۹k^۲ + ۱۸k + ۵$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

۲ ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته مثال  
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸  
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۳

۳ یک گراف همبند ۷ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که یک مجموعهٔ احاطه‌گر یکتا با اندازهٔ ۲ داشته باشد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

یک گراف ۴ رأسی غیرتهی  $k$ -منتظم رسم کنید که:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۳

۴ k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.

۵ k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۳

۶ میانگین پنج عدد طبیعی، همان عدد وسطی است.

۷ اگر  $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ ، آنگاه:  $[m^5, (m^3, m^2)] = m^5$ .

۸ تفاضل هر دو عدد دلخواه از مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 4k + 3\}$ ، مضرب ۴ است.

۹ اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد صحیح  $a$  و  $b$  بر ۲۳، به ترتیب ۶ و ۷ باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم عدد  $3a - 5b$  بر ۲۳ را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۴

۱۰ در صورتی که دهم مهر در یک سال، دوشنبه باشد، ۲۹ اسفند در همان سال، چند شنبه است؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۴

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

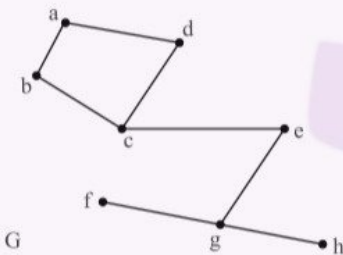
۱۱ تعداد ۷ - مجموعه‌های گراف تهی از مرتبه ۴، برابر با ..... است.

۱۲ با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  داریم:

$$a^2 + b^2 \geq (a - 1)(b + 1)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۳

۱۳ گراف  $G$  را در نظر بگیرید:



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

الف عدد احاطه‌گری گراف  $G$  را به‌دست آورید و ادعای خود را ثابت کنید.

ب یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی بنویسید.

۱۴ جواب عمومی معادله هم‌نهشتی  $۴۶۳x \equiv ۷۵۰ \pmod{9}$  را به‌دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۴

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۴ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		
	نمره		

## ریاضیات گسسته

روش اول:

$$\begin{cases} ۴|۳k+۱ \Rightarrow ۴ \times ۴|۴(۴k+۱) \Rightarrow ۱۶|۱۲k+۴ \\ ۴|۳k+۱ \Rightarrow ۴^۲|(۳k+۱)^۲ \Rightarrow ۱۶|۹k^۲+۶k+۱ \end{cases} \Rightarrow ۱۶|۹k^۲+۱۸k+۵$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} ۳k+۱=۴q &\Rightarrow \begin{cases} ۱۲k+۴=۱۶q \\ ۹k^۲+۶k+۱=۱۶q^۲ \end{cases} \\ \Rightarrow ۹k^۲+۱۸k+۵=۱۶q' &\Rightarrow ۱۶|۹k^۲+۱۸k+۵ \end{aligned}$$

روش سوم:

$$\begin{cases} ۳k+۱ \equiv ۴ \pmod{16} \Rightarrow ۱۲k+۴ \equiv ۱۶ \pmod{16} \\ ۹k^۲+۶k+۱ \equiv ۱ \pmod{16} \end{cases} \Rightarrow ۹k^۲+۱۸k+۵ \equiv ۱۶ \pmod{16}$$

روش چهارم:

$$۴|۳k+۱ \Rightarrow ۴|۳k+۵ \Rightarrow ۱۶|(۳k+۱)(۳k+۵) \Rightarrow ۱۶|۹k^۲+۱۸k+۵$$

روش پنجم:

$$۳k+۱ \equiv ۴ \pmod{16} \Rightarrow ۳k+۵ \equiv ۴ \pmod{16} \Rightarrow (۳k+۱)(۳k+۵) \equiv ۱۶ \pmod{16} \Rightarrow ۱۶|۹k^۲+۱۸k+۵$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

اگر  $a$  و  $b$  دو عدد نامنفی باشند، حکم ما چنین خواهد بود:  $\frac{a+b}{۲} \geq \sqrt{ab}$ .

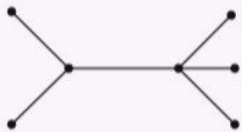
$$\frac{a+b}{۲} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq ۲\sqrt{ab}$$

$$\Leftrightarrow a+b-۲\sqrt{ab} \geq ۰ \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^۲ \geq ۰ \quad \text{گزاره همیشه درست}$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته مثال

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

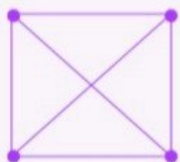
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۳



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

پاسخ سؤالات ۴ تا ۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۳



پاسخ سؤالات ۶ تا ۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۳

۶ نادرست. زیرا این ویژگی تنها برای اعداد متوالی برقرار است و می‌توان با یک مثال نقض مانند اعداد  $\{1, 2, 3, 4, 10\}$  آن را رد کرد.

۷ نادرست. زیرا طبق تعریف، ک.م.م همواره عددی مثبت است، اما اگر  $m$  منفی باشد، طرف راست تساوی منفی خواهد بود.

۸ درست. مجموعه  $A$  شامل تمام اعدادی است که در تقسیم بر ۴، باقیمانده ۳ دارند. وقتی دو عدد با باقیمانده یکسان را از هم کم می‌کنیم، باقیمانده‌هایشان حذف می‌شود و حاصل تفاضل همیشه مضربی از مقسوم‌علیه خواهد بود.



روش اول :  $\begin{cases} a = 23q_1 + 6 \Rightarrow 3a = 3 \times 23q_1 + 18 \\ b = 23q_2 + 7 \Rightarrow -5b = -5 \times 23q_2 - 35 \end{cases}$

$$\Rightarrow 3a - 5b = 23(3q_1 - 5q_2) - 17 + 23 - 23 = 23(\underbrace{3q_1 - 5q_2 - 1}_{q_3}) + 6 \Rightarrow r = 6$$

روش دوم :  $\begin{cases} a \equiv 6 \Rightarrow 3a \equiv 18 \\ b \equiv 7 \Rightarrow 5b \equiv 35 \end{cases} \Rightarrow 3a - 5b \equiv -17 \equiv 6 \Rightarrow r = 6$

روش سوم :  $\begin{cases} a = 23q_1 + 6 \Rightarrow 23 \mid a - 6 \\ b = 23q_2 + 7 \Rightarrow 23 \mid b - 7 \end{cases}$

$$\Rightarrow 23 \mid 3(a - 6) - 5(b - 7) - 23 \Rightarrow 23 \mid 3a - 5b - 6 \Rightarrow 3a - 5b = 23q_3 + 6 \Rightarrow r = 6$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۴

$$\text{تعداد روزهای باقی مانده تا ۲۹ اسفند} = 20 + 4 \times 30 + 29 \equiv 169 \equiv 1$$

د	س	چ	پ	ج	ش	ی
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

روز سه شنبه : ۲۹ اسفند  $\Rightarrow$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۴

پاسخ سؤال ۱۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

یک

$$a^2 + b^2 \geq ab + a - b - 1$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 - 2ab - 2a + 2b + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (a - 1)^2 + (b + 1)^2 \geq 0$$

این رابطه، همواره برقرار است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{8}{4} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 2$$

برای احاطه کردن رأس‌های  $f, h$  حداقل به یک رأس نیاز است و هیچ رأس دیگری به تنهایی نمی‌تواند سایر رأس‌ها را احاطه کند، پس به بیش از دو رأس برای احاطه‌گری نیاز است. از طرفی چون مجموعه  $A = \{g, c, a\}$  یک مجموعه احاطه‌گر است لذا  $\gamma(G) \leq 3$  پس  $\gamma(G) = 3$

روش دوم:

برای احاطه کردن رؤوس  $f, g, h, e$  حداقل به یک رأس نیاز است. همچنین برای چهار رأس باقی‌مانده حداقل به دو رأس دیگر نیاز است. یعنی  $\gamma(G) \geq 3$ . از طرفی مجموعه  $A = \{g, c, a\}$  یک مجموعه احاطه‌گر است، پس  $\gamma(G) = 3$

$\{f, h, e, d, b\}$

$$463x \equiv 750 \pmod{9} \Rightarrow (4+6+3)x \equiv (7+5+0) \pmod{9} \Rightarrow 13x \equiv 12 \pmod{9} \xrightarrow{(4,9)=1} x \equiv 3 \pmod{9} \Rightarrow x = 9k + 3$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۴