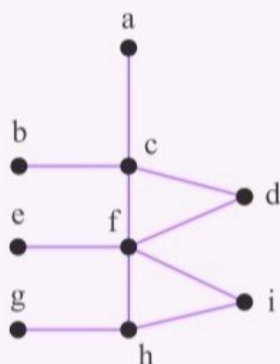


آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۴ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

ریاضیات گسسته

در گراف زیر:



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۳

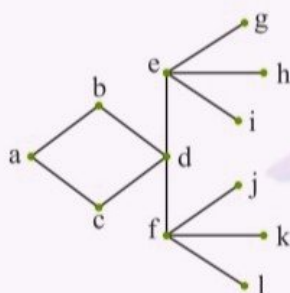
الف) مجموعهٔ احاطه‌گر غیرمینیمال $A = \{b, e, g, a, f\}$ را به یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال تبدیل کنید.

ب) یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم که شامل رأس e باشد را بنویسید.

۲) باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $A = (1000)^{25} \times 9 + 11$ را بر ۷ بیابید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

۳) گراف زیر را در نظر بگیرید:



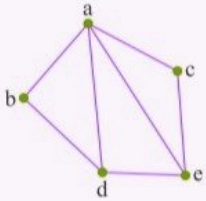
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

الف عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.

ب یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.

پ یک مجموعهٔ احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.

۴ مکمل گراف G که در شکل زیر آمده است را رسم کنید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۲

۵ به چند طریق می‌توان یک کیسهٔ ۲۳ کیلویی را با وزنه‌های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد؟

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین

گزاره‌های درست را مشخص کرده و برای گزاره‌های نادرست، مثال نقض ارائه کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

۶ برای هر عدد طبیعی n بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.

۷ برای دو عدد طبیعی a و b ، اگر $a|b$ آنگاه $[a, b] = |b|$.

۸ معادلهٔ هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b)|m$.

۹ اگر m, n دو عدد طبیعی و a, b دو عدد صحیح باشند و $a \equiv^m b$ نشان دهید، $a^n \equiv b^n$.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۳

۱۰ اگر a و b عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + 5)$ را بر ۸ بیابید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

۱۱ باقیمانده تقسیم عدد $A = (2^{11} + 7) \times 9$ را بر ۲۳ بیابید.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین

۱۲ به چند طریق می‌توان از بین دو نوع گل، یک دسته گل شامل ۹ شاخه به‌دلخواه انتخاب کرد؟

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین

۱۳ رقم یکان عدد $(2^{11} + 7)$ را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۱۴ معادله $1 \equiv x^4 \pmod{7}$ را حل کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

کدامیک از احکام زیر درست و کدامیک نادرست است؟ برای احکام نادرست مثال نقض بیاورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

۱۵ برای هر دو مجموعه دلخواه A و B داریم: $A \times B = B \times A$

۱۶ یک گراف همبند ۷ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

۱۷ اگر عددی مانند k در \mathbb{Z} باشد به‌طوری‌که $4k + 1 \mid 5$ ، ثابت کنید:

$$25 \mid 16k^2 + 28k + 6$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۴ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		نمره

ریاضیات گسسته

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۳

$$\{b, g, a, f\}$$

$$\{c, e, h\}$$

$$1000 \equiv -1 \Rightarrow (1000)^{25} \times 9 + 11 \equiv (-1)^{25} \times 9 + 11 \equiv 2 \Rightarrow r = 2$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

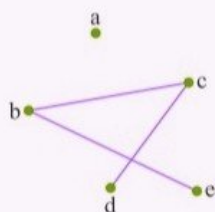
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta + 1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 3 \quad (*)$$

از طرفی $A = \{a, e, f\}$ یک مجموعه احاطه گر است، بنا به رابطه (*) پس: $\gamma(G) = 3$

$$B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}$$

$$C = \{a, e, f, b\}$$



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۲

گام اول: تعداد وزنه‌های ۳ کیلویی را x و تعداد وزنه‌های ۵ کیلویی را y در نظر گرفته و معادله سیاله زیر را می‌نویسیم:

$$3x + 5y = 23$$

گام دوم: معادله سیاله را به معادله همبستگی تبدیل کرده و داریم:

$$3x \equiv 23 \pmod{5} \Rightarrow 3x \equiv 3 \pmod{5} \xrightarrow{\div 3} x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 1, (k \in \mathbb{Z})$$

گام سوم: $x = 5k + 1$ را در معادله اصلی جایگذاری می‌کنیم:

$$3(5k + 1) + 5y = 23 \Rightarrow 5y = -15k + 20 \xrightarrow{\div 5} y = -3k + 4; (k \in \mathbb{Z})$$

گام چهارم: چون تعداد وزنه‌ها باید صحیح و نامنفی باشد، داریم:

$$5k + 1 \geq 0, -3k + 4 \geq 0$$

$$\Rightarrow k \geq -\frac{1}{5}, k \leq \frac{4}{3} \xrightarrow{(k \in \mathbb{Z})} k = 0, 1 \Rightarrow \text{به دو طریق می‌توان این کار را انجام داد}$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین

پاسخ سؤالات ۶ تا ۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

۶ نادرست

$$n = 4 \Rightarrow 2^4 - 1 = 15 \notin P$$

۷ درست

۸ نادرست

معادله همبستگی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, m) | b$.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m | a - b \Rightarrow m | (a - b)(a^{n-1} + ba^{n-2} + \dots + b^{n-1}) \\ \Rightarrow m | a^n - b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n \pmod{m}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۳

می‌دانیم مربع هر عدد فرد، به صورت $1 + 8k$ می‌باشد ($k \in \mathbb{Z}$) پس داریم:

$$\begin{cases} a^2 = 8k + 1 \\ b^2 = 8k' + 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + 5 = 8k + 1 + 8k' + 1 + 5 \Rightarrow a^2 + b^2 + 5 = 8k'' + 7 \\ \Rightarrow r = 7$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

به دنبال توان‌هایی از ۲ می‌گردیم.

$$\begin{aligned} 2^6 &\equiv 64 - 69 \Rightarrow 2^6 \equiv -5 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2^{12} \equiv 25, 25 \equiv 2 \\ &\Rightarrow 2^{12} \equiv 2 \xrightarrow{\div 2} 2^{11} \equiv 1 \xrightarrow{+7} 2^{11} + 7 \equiv 8 \\ &\xrightarrow{\times 9} (2^{11} + 7) \times 9 \equiv 72, 72 \equiv 3 \Rightarrow A \equiv 3 \Rightarrow \text{۲۳ بر ۳ برابر ۳ است} \end{aligned}$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین

گام اول: تعداد گل‌های نوع اول را x و تعداد گل‌های نوع دوم را y در نظر گرفته و معادله سیاله را می‌نویسیم: $x + y = 9$
گام دوم: معادله سیاله را به معادله همنهشتی تبدیل کرده و داریم:

$$x \equiv 9 \Rightarrow x = k + 9; k \in \mathbb{Z}$$

گام سوم: $x = k + 9$ را در معادله اصلی جایگذاری می‌کنیم:

$$k + 9 + y = 9 \Rightarrow y = -k; k \in \mathbb{Z}$$

گام چهارم: چون تعداد گل‌ها نمی‌تواند منفی باشد، داریم:

$$k + 9 \geq 0, -k \geq 0 \Rightarrow k \geq -9, k \leq 0$$

$$\Rightarrow -9 \leq k \leq 0 \Rightarrow \text{تعداد} = 10$$

بنابراین به ۱۰ طریق این عمل ممکن است.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین

$$25 \equiv 2 \Rightarrow 2^{10} \equiv 2^2 \Rightarrow 2^{11} \equiv 8 \Rightarrow 2^{11} + 7 \equiv 15 \equiv 5$$

رقم یکان برابر ۵ است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

$$7x \equiv 1 \Rightarrow 7x \equiv 4 \times 5 + 1 \Rightarrow 7x \equiv 21 \xrightarrow{(7,4)=1} x \equiv 3 \Rightarrow x = 4k + 3$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک سوم جبر و احتمال خرداد ۱۳۹۳

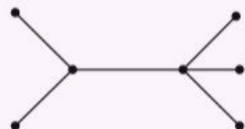
نادرست

۱۵

$$A = \{1, 2\}, \quad B = \{3, 4\}$$

$$A \times B = \{(1, 3)(1, 4)(2, 3)(2, 4)\}$$

$$B \times A = \{(3, 1)(3, 2)(4, 1)(4, 2)\} \Rightarrow A \times B \neq B \times A$$



۱۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۴

$$\left. \begin{array}{l} 5|4k+1 \xrightarrow{\text{به توان } 2} 25|16k^2+8k+1 \\ 5|4k+1 \xrightarrow{\times 5} 25|20k+5 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 25|16k^2+28k+6$$

۱۷

نکته: طرفین یک رابطه بخش پذیری را می توان به توان ۲ رساند و می توان در هر عددی ضرب کرد.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین